Hinweise zur Lösung von quadratischen Gleichungen

Die allgemeine Form einer **quadratischen Gleichung** lautet: $ax^2 + bx + c = 0$,
wobei $a,b,c \in \mathbb{R}$ gilt und a nicht Null sein darf.
Ist *a = 1*, so ist diese Gleichung in *Normalform* gegeben.

Mögliche Lösungen:
Eine quadratische Gleichung kann höchstens zwei Lösungen besitzen.
Hat sie nur eine (doppelte) Lösung, so kann man sie auch in der Form: $(x + a)^2 = 0$ schreiben.
Hat sie keine Lösung, so erscheint unter der Wurzel in der Lösungsformel eine negative Zahl.

Methoden zur Lösung:

Immer läßt sich die *Lösungsformel* $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ mit $p = b/a$ und $q = c/a$ anwenden.

Häufig ist es jedoch sehr umständlich und zeitaufwendig.

Spezielle Gleichungen mit übersichtlichen Lösungen:

Ist in der Gleichung $b = 0$, hat sie also die Form $ax^2 + c = 0$, so lauten die Lösungen für

negatives c/a : $\mathbb{L} = \{ \pm\sqrt{-\frac{c}{a}} \}$. Ist c/a allerdings positiv, dann gibt es keine Lösung,

denn die Wurzel läßt sich nicht aus einer negativen Zahl ziehen, dies ist nicht definiert.

Ist die Gleichung in der Form $(x + k)^2 = 0$ gegeben, so sieht man sofort, daß -k doppelte Nullstelle ist und man schreibt $\mathbb{L} = \{-k\}$.

Ist die Gleichung in der Form $(x + n)(x + m) = 0$ gegeben, so sind -n und -m Lösungen dieser Gleichung, denn beim Einsetzten von nur einer Lösung erhält man immer eine wahre Aussage.
Die Lösungsmenge lautet dann $\mathbb{L} = \{-n; -m\}$

Ist die Gleichung in der Form $x(x + h) = 0$ gegeben, so lautet die Lösungsmenge $\mathbb{L} = \{0; -h\}$.

Übungen dazu: (x ist hierbei die Unbekannte und die anderen Buchstaben reelle Zahlen.)

Gleichung	Lösungsmenge IL	Gleichung	IL	Gleichung	IL
$(x+7)^2=0$		$-(x-9)^2=0$		$(2-x)^2=0$	
$(x-3)(x+5)=0$		$(12-x)(x+7)=0$		$-(x+9)(a-x)=0$	
$x(x-7)=0$		$(a-2x)3x=0$		$x(1/2x+4)=0$	
$(3-x)x=0$		$(x-3a)^2=0$		$(2+3x)(-7+x)=0$	
$2x(25+x)=0$		$x^2 + 2x + 1 = 0$		$x^2 - 4 = 0$	
$2a(x+9)^2 = 0$		$x^2 + 9 = 0$		$4x^2 - 12x + 9 = 0$	
$121 - x^2 = 0$			$\{2; -3\}$	$(x-9)(x+9) = 0$	